Памятка участнику второго этапа республиканской олимпиады по учебному предмету «Физика» (2022 г.)

Экспериментальный тур[1]

0. Вооружение участника

Во время олимпиады можно пользоваться **калькулятором**, ручкой, карандашом, линейкой, ластиком.

1. Правила округления численного результата

Погрешность округляется до одной значащей цифры. Если эта цифра единица «1», то следует округлять до двух значащих цифр. Численное значение результата округляется так, чтобы последний его разряд совпадал с последним разрядом округлённой погрешности.

Примеры.

1) В результате расчётов получены следующие значения объёма сосуда $V = 234{,}3666\ \text{см}^3$, с погрешностью $\Delta V = 3{,}735\ \text{см}^3$. Грамотная запись окончательного результата

$$V = (234 \pm 4)\text{см}^3.$$

2) Значение частоты колебательного контура $\nu = 12354\ \text{Гц}$, её погрешность $\Delta\nu = 200\ \text{Гц}$. Правильно записанное значение погрешности с одной значащей цифрой $\Delta\nu = 0{,}2 \cdot 10^3$ Гц (не запрещено $\Delta\nu = 2 \cdot 10^2$ Гц), поэтому запись результата должна быть в виде

$$\nu = (12{,}4 \pm 0{,}2) \cdot 10^3\ \text{Гц}.$$

3) В результате расчётов получены следующие значения длины отрезка $l = 12{,}34\ \text{см}$, с погрешностью $\Delta l = 1{,}23\ \text{мм}$. Так как первая цифра погрешности единица, то её следует округлять до двух значащих цифр. Грамотная запись окончательного результата

$$l = (12{,}3 \pm 1{,}2)\ \text{см}.$$

2. Расчёт погрешности

Без оценки погрешностей любой экспериментальный результат имеет нулевую ценность.

При прямых измерениях, как правило, учитывают три типа ошибок: приборную, округления, случайную.

Приборная ошибка $\Delta x_{\text{пр}}$ возникает вследствие несовершенства любого прибора. Приборные погрешности указываются в справочниках. Если приборная погрешность не задана в условии задачи (или в описании прибора), то допускается в качестве приборной погрешности использовать половину цены наименьшего деления прибора.

В ходе измерений по разным причинам приходится проводить округление результата, в связи с чем, неизбежно появление ***ошибки округления*** $\Delta x_{\text{окр}}$ (ошибка отсчёта). Величина этой ошибки принимается равной половине интервала округления. Например, если показания амперметра вы округляете до 0,1 А, то погрешность округления принимается равной 0,05 А.

Примечание. Приборная ошибка и ошибка округления составляют так называемую систематическую ошибку.

Случайная ошибка рассчитывается по формуле[2] (приведены два равносильных выражения)

[1] Слободянюк А.И. Физическая олимпиада: экспериментальный тур (http://www.ufclub.bru.by/_ld/4/430___.pdf). Настоятельно рекомендуем олимпиадникам прочитать хотя бы вторую главу этой книги.
[2] Допустима, если количество измерений больше 5.

$$\Delta x_{\text{сл}} = 2\sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{N}(x_k - \langle x\rangle)^2}{N(N-1)}} = 2\sqrt{\frac{1}{N-1}(\langle x^2\rangle - \langle x\rangle^2)},$$

где $\langle x^2\rangle = \frac{\sum_{k=1}^{N} {x_k}^2}{N}$ - средний квадрат измеряемой величины;

N – количество измерений.

Полная погрешность прямого измерения (объединяющая все три типа ошибок) имеет вид

$$\Delta x = \sqrt{\Delta x_{\text{пр}}^2 + \Delta x_{\text{окр}}^2 + \Delta x_{\text{сл}}^2}.$$

Примечание. Допускается определение случайной и полной погрешности по формулам, которые применяются в школьной лабораторной работе № 1. Например, для полной погрешности

$$\Delta x = \Delta x_{\text{пр}} + \Delta x_{\text{окр}} + \Delta x_{\text{сл}}.$$

3. Построение графика[3] полученной зависимости.

Возможная последовательность выполнения этой задачи, следующая:

1) Выбираем кусок листа миллиметровой бумаги, размеры которого не меньше, чем половина стандартного тетрадного листа (иначе ваши экспериментальные точки трудно будет найти).

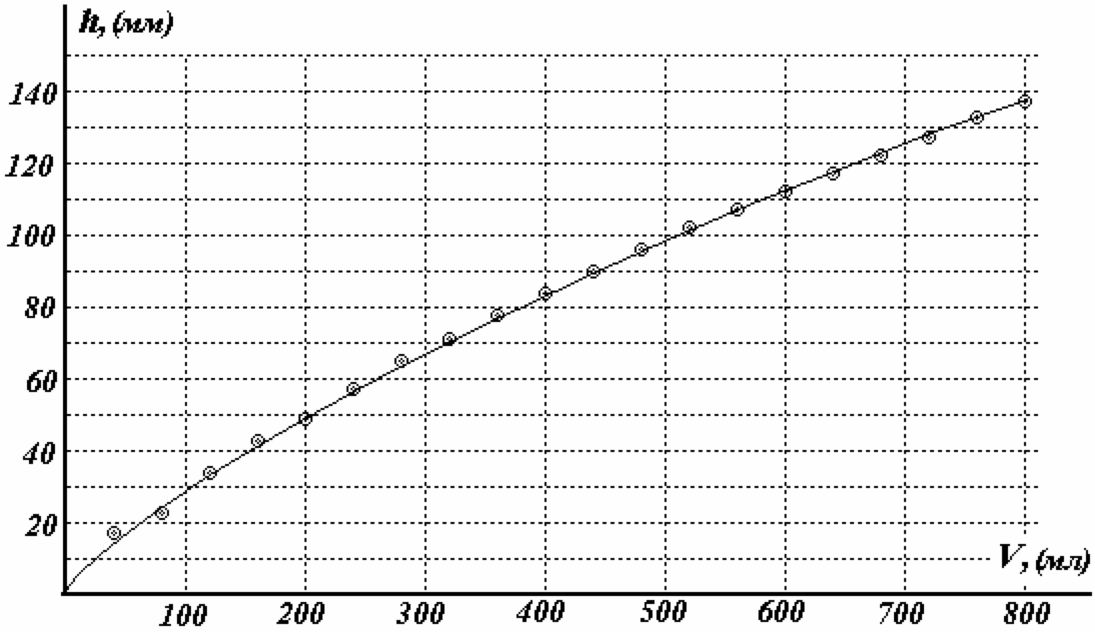
2) Рисуем оси координат, подписываем их и размечаем (не обязательно каждую ось начинать с нуля, масштаб подбирают так, чтобы график занимал большую часть отведённого ему места, а не шёл параллельно одной из осей).

3) Наносим экспериментальные точки, каждую из них помечаем (например, обводим кружком), при возможности отмечаем размер погрешности измерений в виде вертикального отрезка прямой.

4) Проводим линию[4], которая, по вашему мнению, отражает ход полученной зависимости. Если это должна быть прямая, то и рисуйте её прямой. Не нужно, чтобы линия проходила через все экспериментальные точки - они же известны с некоторой погрешностью.

Пример

[3] Напоминаем, график – это не линия, а множество экспериментальных точек.
[4] Такая линия называется сглаживающей линией или линией тренда.



4. Графическая обработка результатов

Основные правила планирования и реализации экспериментального исследования функциональных зависимостей.

1. Выбирайте для исследования тот вид зависимости, который наиболее просто и надёжно описан теоретически (если, конечно, в условии чётко не указано, какие зависимости необходимо получить).

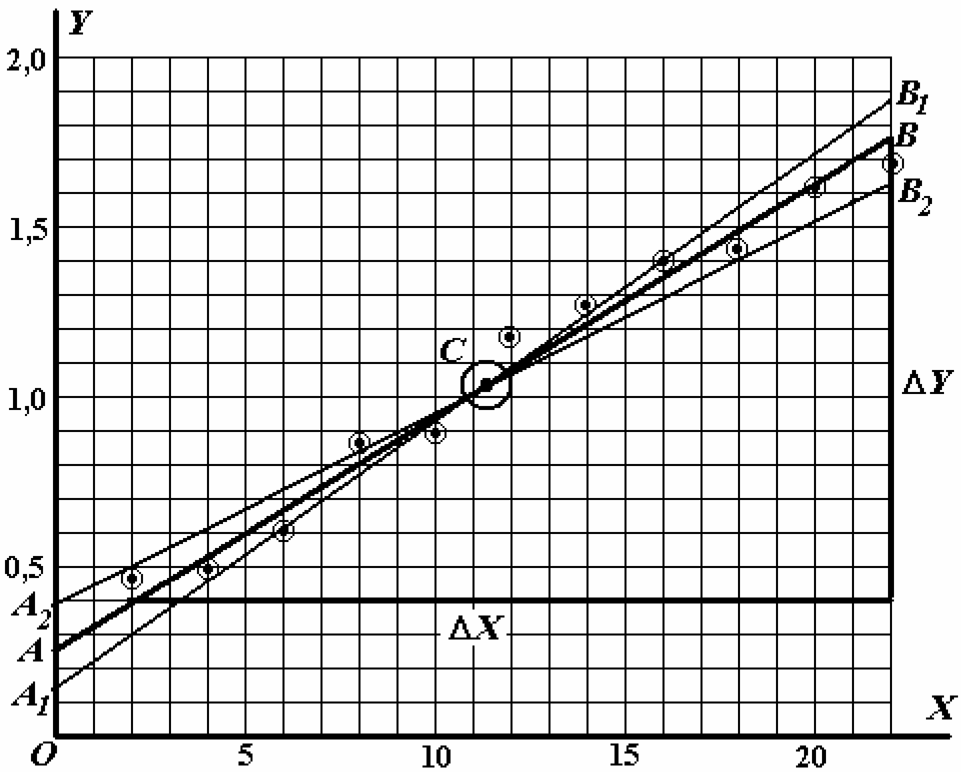
2. Стремитесь провести измерения в максимальном диапазоне варьируемых параметров - полностью используйте возможности вашей экспериментальной установки (если, конечно, в условии чётко не указано, в каком диапазоне необходимо провести измерения). Кстати, увеличение диапазона изменения варьируемых величин приводит к уменьшению погрешностей рассчитываемых параметров.

3. Число измерений должно быть достаточно для построения зависимости, даже для построения линейной зависимости необходимо получить 8-10 экспериментальных точек (если, конечно, в условии чётко не указано, с каким шагом проводить измерения). Чем больше погрешность отдельного измерения, тем больше экспериментальных точек должно быть получено.

4. Если ваша зависимость имеет какие-либо особенности (максимумы, минимумы, перегибы, точки разрыва и т.д.), в районе этих особенностей «густота» экспериментальных точек должна быть больше.

Примечание. Если нет результатов, то их не нужно обрабатывать.

Ниже, на рисунке показан график для некоторой линейной зависимости $Y = aX + b$. Воспользуемся этим рисунком, чтобы продемонстрировать порядок обработки результатов, целью которого является оценка параметров зависимости и их погрешностей.



По графику можно быстро определить параметры зависимости «на глаз». Для этого следует провести прямую, которая «ближе всего» лежит к экспериментальным точкам (на нашем рисунке это AB). Чтобы её построить, можно воспользоваться следующими рекомендациями: выберите «центр масс» имеющихся экспериментальных точек (приближённо её координаты равны средним между крайними значениями соответствующих координат), на рисунке это точка C.

Через эту точку проведите прямую так, чтобы по разные стороны от неё лежало примерно одинаковое число экспериментальных точек.

Сразу же определите приближенные значения параметров зависимости:

- величина b есть величина отрезка AO (на рисунке $b \approx 0{,}25$);

- коэффициент a равен отношению $a \approx \frac{\Delta Y}{\Delta X}$.

Величину ΔX можно выбрать произвольно (но не слишком малой), так чтобы можно было вычислить отношение «в уме» (на рисунке $\Delta X = 20$, $\Delta Y = 1{,}85$, поэтому

$$a \approx \frac{\Delta Y}{\Delta X} \approx \frac{1{,}85}{20} \approx 0{,}09.$$

Для оценки погрешностей параметров зависимости нужно провести две «граничные» прямые (примерные): обе проходят через «центр масс», а область между прямыми должна захватывать большинство экспериментальных точек (ближайшие к центру точки могут выходить за выделяемую область). На нашем рисунке это прямые A_1B_1 и A_2B_2 . Так же, как и для основной, для этих прямых можно определить параметры, которые и будут являться нижними и верхними границами величин a, b.

5. Метод наименьших квадратов

Для получения максимально достоверных результатов разработано множество серьёзных методов обработки экспериментальных данных. Самый популярный из них – **метод наименьших квадратов (МНК)**.

Это сложный метод, однако для линейной зависимости $Y = aX + b$ расчёты МНК можно разбить на ряд последовательных этапов, которые к тому же имеют наглядный и легко запоминаемый смысл.

1. Рассчитываются средние значения параметров $\langle x \rangle$ и $\langle y \rangle$, средние значения их квадратов $\langle x^2 \rangle$ и $\langle y^2 \rangle$, а также среднее значение их произведения $\langle xy \rangle$

$$\langle x \rangle = \frac{\sum x_i}{N};\ \langle y \rangle = \frac{\sum y_i}{N};\ \langle x^2 \rangle = \frac{\sum x_i^2}{N};\ \langle y^2 \rangle = \frac{\sum y_i^2}{N};\ \langle xy \rangle = \frac{\sum x_i y_i}{N}.$$

2. Вычисляются дисперсии[5] (средний квадрат минус квадрат среднего)

$$S_x^2 = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2;\ S_y^2 = \langle y^2 \rangle - \langle y \rangle^2.$$

3. Рассчитывается коэффициент ковариации[6] (среднее произведение минус произведение средних)

$$R_{xy} = \langle xy \rangle - \langle x \rangle \cdot \langle y \rangle.$$

4. Искомые коэффициенты выражаются через рассчитанные характеристики по формулам

$$a = \frac{R_{xy}}{S_x^2};\ b = \langle y \rangle - a\langle x \rangle.$$

5. Погрешности этих величин рассчитываются по формулам

$$\Delta a = 2\sqrt{\frac{1}{N-2}\left(\frac{S_y^2}{S_x^2} - a^2\right)};\ \Delta b = \Delta a\sqrt{S_x^2 + \langle x \rangle^2}.$$

[5] Корень из дисперсии (называемый стандартным отклонением и считать его не обязательно) определяет разброс переменных.

[6] Это мудрёное слово запоминать не обязательно, но при случае можно блеснуть эрудицией.